

PSP6075525 - Testing psicologico
Modelli e metodi statistici per la misurazione in psicologia

ESERCIZI - modulo A

Versione: 18 ottobre 2023

Esercizio 1. Si considerino le seguenti matrici:

$$\mathbf{A}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ \sqrt{2} & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

Si eseguano le seguenti operazioni:

1. $\mathbf{A} + \mathbf{B}$
2. \mathbf{AB}
3. $\mathbf{A}^T \mathbf{B}$
4. $\mathbf{A} \circ \mathbf{B}$
5. $\mathbf{z}_1 = \mathbf{B}^T \mathbf{1}_{3 \times 1}$
6. $\mathbf{z}_2 = \mathbf{1}_{3 \times 1}^T \mathbf{A}$
7. $\mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2$

Esercizio 2. Si considerino le seguenti matrici:

$$\mathbf{A}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1/2 & 1 & 0 \\ -3 & -2/3 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 2/9 & 0 & 1 \\ -\sqrt{8} & 0 & -1/8 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si eseguano le seguenti operazioni:

1. $\mathbf{Z} = \mathbf{A} + \mathbf{B} - \mathbf{C}$
2. $\mathbf{Y} = \mathbf{Z} \mathbf{1}_{3 \times 1} \text{diag}(\mathbf{A})$
3. $\mathbf{X} = (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y} - \mathbf{Z}) \mathbf{1}_{3 \times 2} + \mathbf{1}_{3 \times 3} \mathbf{A} \mathbf{1}_{3 \times 2}$
4. $(\det(\mathbf{X}) \mathbf{Y})^{-1}$
5. $\|\mathbf{I} \circ \mathbf{X}\|_2^2 + \|\mathbf{I} \circ \mathbf{Z}\|_2^2$
6. $\mathbf{z}_1 = \text{diag}(\mathbf{X})$, $\mathbf{z}_2 = \text{diag}(\mathbf{Y})$, $\text{proj}_{\mathbf{z}_2}(\mathbf{z}_1)$
7. $\text{dist}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})$, $\text{cor}(\mathbf{X})$, $\text{dist}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \|\mathbf{a} - \mathbf{b}\|_1$

Nota: lì dove non è possibile svolgere opportunamente le operazioni si scelga una sottomatrice quadrata a piacere.

Esercizio 3. Si consideri il risultato 2.1 (vedi esercizio precedente). Si eseguano le seguenti operazioni:

1. $\langle \text{tril}(\mathbf{Z}), \text{triu}(\mathbf{Z}) \rangle$ (si consideri il vettore risultante da $\text{tril}()$ e $\text{triu}()$)
2. $\text{tril}(\mathbf{Z})_{3 \times 1} \text{triu}(\mathbf{Z})^T$ (si consideri il vettore risultante da $\text{tril}()$ e $\text{triu}()$)
3. $\text{tril}(\text{dist}(\mathbf{Z})) + \text{triu}(\text{dist}(\mathbf{Z}))^T$ (si considerino le matrici risultanti da $\text{tril}()$ e $\text{triu}()$, dist Euclidea)
4. $(\text{diag}(\mathbf{Z})\mathbf{1}_{3 \times 2})^{-1} + \frac{3}{8}\mathbf{I}_{2 \times 2}$